

Введение в синергетику.

Часть1. Мироззренческая трактовка

Опыт мировых лидеров в области высшего образования свидетельствует, что *основой их конкурентной стратегии является ориентация на постоянное повышение качества образовательных услуг.*

С материальных позиций **суть бытия человеческого общества заключается в производстве товаров и услуг (продукции) и их потреблении.**

Успешность реализации продукции определяется качеством и ценой. Это соответствует принципу ориентации на потребителя, т.е. одному из восьми принципов управления, позволяющих достичь целей качества, согласно стандартом ИСО:9000.

Согласно этому принципу организации должны не только отвечать требованиям потребителей, но и стараться превосходить их ожидания. Так как уровень требований неуклонно растет, то организация, производящая продукцию, должна постоянно улучшать свою деятельность.

Выработка стратегии и тактики такой работы определяется множеством факторов. *С позиций термодинамического подхода общество, как и любая система, самопроизвольно стремится к состоянию равновесия, которое характеризуется минимумом свободной энергии (энергии Гиббса) системы.* Роль **осознанного влияния** на развитие того или иного общественного процесса будет заключаться в том, насколько быстро и с наименьшими затратами будет реализован данный процесс и достигнут его результат.

В процессах улучшения качества производимой продукции регуляторами деятельности предприятий выступает система менеджмента качества. В этом контексте первоочередное внимание было уделено методике количественной оценки качества подготовки специалистов.

Вопросы **взаимобусловленности науки и культуры, изучения информационной структуры мира чрезвычайно актуальны в связи с концепцией глобального эволюционизма.** Наличием проблемы понимания самой сущности материи и взаимоотношения материи и сознания. Анализ и решение этих проблем оказывают влияние на формирование нового типа мышления.

Современный образ науки существует в виде двух типов: **дисциплинарном (систематизированный блок знаний, признанный научным сообществом) и проблемном.**

Проблемный тип науки - научно-исследовательская программа, незавершенная, находящаяся в стадии разработки, проверки, то есть это научно-исследовательская деятельность. Проблемный тип науки "захватывает" все большее пространство и находит отражение в образовательной системе, в

методологии, в моделировании, синергетическом подходе и др. **Объектом ее исследования становятся все чаще сложные развивающиеся системы.**

Современная наука приобретает статус социокультурного феномена и становится исторической наукой. Философия науки формирует общую тенденцию в истории познания.

Культура и наука сегодня становятся структурообразующими элементами мира. Важную роль в познании играет искусство.

Искусство, в отличие от науки, может быть рассмотрено как иной способ познания мира, точнее интегративный, основанный на интуиции. Многие и ученые, и философы склонны считать, что способность постигать *идеи* человеческим разумом основана скорее на *художественной интуиции*, нежели на основе знания, достигаемого рассудочным пониманием.

Гегель определял **предназначение искусства как постижение абсолютной истины.**

Идеи художников в современном мире могут быть объяснены с научной точки зрения (многомерность, фрактальность, современные саморазвивающиеся объекты («картины должны развиваться» из аналитического творчества П. Филонова). «Черный квадрат» К. Малевича можно представить как модель *абсолютно-черного тела* в физике, поглощающего все падающее на него излучение. То есть в этой целостности (в абсолютно-черном теле) заключен весь мир, так и в черном квадрате уместятся все формы (прямоугольник, треугольник, вписанная окружность), все цвета (черный и под ним белый, представляющий спектр цветов радуги).

С синергетической точки зрения **черный квадрат это конструктивный хаос, содержащий порядок**, в нем есть *всё*: все формы, все цвета, «белое и черное», «правда и ложь», «добро и зло» и т. д. Таким образом, само искусство содержит идею и несет информацию. Для думающего зрителя дает подсказку на интуитивном уровне, развивая его качество мышления.

С античных времен известны два определения красоты *гармония* (Платон, Пифагор) и *признак чего-то великого и вечного*.

К первому определению красоты, например, известный физик В. Гейзенберг относит *гармонию соотношения различных частей целого к самому целому и друг к другу.* Согласно его представлениям красота, как гласит первое из упомянутых нами определений, состоит в том, что окончательной основой всего сущего является отнюдь не данная нам в ощущении материальная субстанция, а ***идеальный принцип формы, дающий ощущение гармонии.***

Тогда, *красота* в подтверждение первому определению и есть *осознание связи* между явлениями (части и целого) в форме понятого или угаданного. Такое *ощущение красоты* может быть достигнуто через *рассудок*.

Такое понимание красоты является **синтезом иррационального, интуитивного, эстетического восприятия (гармонии) и рационального, то**

есть чувства *достоверности суждения*, основанного на ощущении «договоренности» с рассудком в правильности (логичности или истинности) суждения.

Именно достоверность суждения, как интуитивная компонента мыслительных операций, всегда присутствует в процессе естественнонаучного познания. В этом случае между логическими и интуитивными элементами мышления устанавливается сложная, *нелинейная* зависимость.

Более того, утверждение «это красиво» представляет собой чисто интуитивное и субъективное суждение. И в общем смысле искусство обязательно несет информацию, определенную энергетику (позитивную или негативную), часто неоднозначную, способную привести к вдохновению или к депрессии.

В настоящее время существует несколько теорий, характеризующих взаимосвязь науки и искусства, в том числе на информационном уровне. Сегодня разработаны методики, позволяющие реализовать синтез науки и искусства с присутствующими им атрибутами, как на уровне интерпретаций, так и при реальных воплощениях, функционирующих и эксплуатируемых системах.

Речь идет о системах класса *человеко-машинных*, в которых, говоря схематически, в машинной части воплощается их интеллектуальная («наука») сторона, а в человеческом аспекте – эмоциональная («искусство»), при их органических взаимодействиях и синтезе. При этом в процессе деятельности устанавливаемая связь между субъектом и объектом формирует ощущение красоты, то есть в нашем сознании и эмоциях отражается объективный внешний мир.

Наука (логика), искусство (интуиция) и информация («сообщение», «концепция выбора», мера многообразия, негэнтропия, степень упорядоченности) участвуют в сложном, нелинейном познавательном процессе на разных уровнях мышления.

Синтетическое мышление как бы включает мыслительные операции то в одном полушарии головного мозга (например, левом, дискурсивном), то в другом (правом, образном) в процессе научной деятельности. **Рефлексия и осознание механизмов**, действующих при этом, также способствуют **развитию нелинейного мышления.**

Сегодня в науке хорошо развиты **междисциплинарные связи** (биоэтика, биогеохимия, волновая генетика и др.), в искусстве появились новые направления (различные виды электронных искусств, компьютерное искусство и их всевозможные соединения). Все эти процессы и в науке, и в культуре «завязаны» на информационной основе, имеющей определенную *ценность*.

«В теории систем ценность определяется целевой функцией, характеризующей ту цель, достижению которой это явление (информация) служит.

В многофункциональной системе мира главной целевой функцией является *обеспечение и поддержание жизни*. Исходя из **системных позиций и концепции глобального (универсального) эволюционизма**, можно утверждать, что ни наука, ни искусство как факторы культуры сами по себе в *отдельности* обеспечить необходимое для поддержания жизни, для адаптации к условиям среды постижение действительности не могут **принципиально**.

То есть ни «бессмысленная» (приносимая наукой), ни «бессодержательная» (приносимая искусством) информации в отдельности ценности в постижении действительности для выживания и эволюции жизни и общества не имеют.

Лишь в **синтезе науки и искусства**, а следовательно, дискурсивного, логического, с одной стороны, и интуитивного, эмоционального восприятия, – с другой, возможно постижение реального мира одновременно рассудочным и духовным путем».

Сегодня **искусство и наука** с ее историчностью, постнеклассической рациональностью, детерминизмом и индетерминизмом, информационной (генетической) базой **способствуют формированию нового нелинейного стиля мышления**.

В последние годы наблюдается стремительный и бурный рост интереса к междисциплинарному направлению, получившему название «синергетика». Издаются солидные монографии, учебники, выходят статьи, проводятся международные конференции.

Синергетика, первоначально имевшая естественнонаучную основу (нелинейный анализ, теорию детерминированного хаоса, теорию диссипативных структур, фрактальную геометрию природы, моделирование быстрых процессов) проникла во все области человеческого познания.

Благодаря теории самоорганизации начинают устанавливаться внутренние связи между естественными и гуманитарными науками, восточным и западным мировосприятием, новой наукой (наукой о сложности, нелинейности и хаосе) и искусством, наукой и философией. Взаимодействие дисциплин позволяет расширять представления об окружающем мире, причем синергетика играет ведущую роль в этом процессе.

Естествознание происходит из красоты, гармонии и таинства Вселенной; знания о мире формируются через умную созерцательность (эмпирика) и через абстракцию обобщения (теория). Из анализа и синтеза эмпирических и теоретических знаний рождаются научные представления человека о мире – результат. **Познание мира циклично**. Можно выделить три основных этапа развития естествознания:

- натурфилософия;
- точное естествознание;
- естествознание сложного.

Вся совокупность научных знаний так же, как путь познания являются непосредственным отражением логики природы.

Возникнув из неравновесной термодинамики, синтеза естественнонаучных знаний, синергетика ориентирует на раскрытие механизмов самоорганизации сложных систем -природных и социальных, а также созданных руками человека.

Вместе с синергетикой пришло понимание единства неорганического и органического мира, понимание того, что чередование хаоса и порядка является универсальным принципом мироустройства.

По мнению академика Н. Моисеева: *«все наблюдаемое нами, все, в чем сегодня участвуем, это лишь фрагменты единого синергетического процесса...».*

Часть2. Основные положения

Термин синергетика (от древнегреческого «синергеа» - «вместедействие») был предложен в начале 70-х годов немецким физиком, профессором Штутгартского университета, Германом Хакеном для обозначения новой дисциплины, которая будет изучать **общие законы самоорганизации – феномена согласованного действия элементов сложной системы без управляющего воздействия извне.**

По Хакену, синергетика занимается изучением систем, состоящих из большого (очень большого, "огромного") числа элементов, компонент или подсистем, сложным образом взаимодействующих между собой.

В отличие от традиционных областей науки синергетику интересуют **общие закономерности эволюции (развития во времени) систем любой природы.**

Отрешаясь от специфической природы систем, синергетика обретает способность **описывать их эволюцию на универсальном языке, устанавливая своего рода изоморфизм явлений, изучаемых специфическими средствами различных наук, но имеющих общую модель, или, точнее, приводимых к общей модели.**

Обнаружение единства модели позволяет синергетике делать достояние одной области науки доступным пониманию представителей совсем другой, быть может, весьма далекой от нее области науки и переносить результаты одной науки на, казалось бы, чужеродную почву.

Речь идет о **междисциплинарной методологии для объяснения процесса возникновения некоторых макроскопических явлений в результате взаимодействий микроскопических элементов (стартовой точкой**

для всех исследований в области синергетики является адекватное описание системы на разных уровнях).

Параллельно с синергетическими исследованиями, но независимо от них в рамках Брюссельской научной школы развивался термодинамический подход к самоорганизации (теория изменений, или **теория диссипативных структур**). Вдохновителем этой школы является **Илья Пригожин, бельгийский физико-химик российского происхождения, получивший в 1977 году Нобелевскую премию за работу в области термодинамики необратимых процессов.**

В целом **синергетика и теория изменений уже с трудом отделимы друг от друга**, поскольку, будучи очень близки объектами и методами исследования, они впитали понятийный аппарат друг друга. Это особенно характерно для синергетики, поэтому концепцию Брюссельской школы можно рассматривать как синергетическую.

Синергетика - междисциплинарное научное направление, используемое для объяснения процесса возникновения некоторых макроскопических явлений в результате взаимодействий микроскопических элементов.

Несмотря на то, что синергетика возникла на стыке физики, химии, биологии, астрофизики, она вполне применима и к наукам о человеке.

Синергетическая модель самоорганизации является на сегодняшний день наиболее обобщающей и наиболее эвристически плодотворной объяснительной моделью, описывающей взаимные переходы порядка и хаоса в эволюции систем, в том числе и социальных.

Основные понятия

«Краеугольным камнем» синергетики являются три основные идеи: **неравновесность, открытость и нелинейность.**

Состояние равновесия может быть устойчивым (стационарным) и динамическим. О стационарном равновесном состоянии говорят в том случае, если при изменении параметров системы, возникшем под влиянием внешних или внутренних возмущений, система возвращается в прежнее состояние. Состояние динамического (неустойчивого) равновесия имеет место тогда, когда изменение параметров влечет за собой дальнейшие изменения в том же направлении и усиливается с течением времени. Устойчивое состояние может возникнуть в системе, находящейся вдали от стационарного равновесия.

Длительное время в состоянии равновесия могут находиться лишь закрытые системы, не имеющие связей с внешней средой, тогда как для открытых систем равновесие может быть только мигмом в процессе непрерывных изменений. Равновесные системы не способны к развитию и самоорганизации, поскольку подавляют отклонения от своего стационарного

состояния, тогда как развитие и самоорганизация предполагают качественное его изменение.

Неравновесность можно определить как состояние открытой системы, при котором происходит изменение ее макроскопических параметров, то есть ее состава, структуры и поведения.

В своей статье «Философия нестабильности» И. Пригожин пишет: *«Наше восприятие природы становится дуалистическим, и стержневым моментом в таком восприятии становится представление о неравновесности. Причем неравновесности, ведущей не только к порядку и беспорядку, но открывающей также возможность для возникновения уникальных событий, ибо спектр возможных способов существования объектов в этом случае значительно расширяется (в сравнении с образом равновесного мира)».*

Открытость – способность системы постоянно обмениваться веществом (энергией, информацией) с окружающей средой и обладать как «источниками» - зонами подпитки ее энергией окружающей среды, действие которых способствует наращиванию структурной неоднородности данной системы, так и «стоками» – зонами рассеяния, «сброса» энергии, в результате действия которых происходит сглаживание структурных неоднородностей в системе.

Открытость (наличие внешних «источников» («стоков»)) является необходимым условием существования неравновесных состояний, в противоположность замкнутой системе, неизбежно стремящейся, в соответствии со вторым началом термодинамики, к однородному равновесному состоянию.

Нелинейностью называется свойство системы иметь в своей структуре различные стационарные состояния, соответствующие различным допустимым законам поведения этой системы.

Всякий раз, когда поведение таких объектов удастся выразить системой уравнений, эти уравнения оказываются нелинейными в математическом смысле. Математическим объектам с таким свойством соответствует возникновение спектра решений вместо одного единственного решения системы уравнений, описывающих поведение системы. Каждое решение из этого спектра характеризует возможный способ поведения системы.

В отличие от линейных систем, подсистемы которых слабо взаимодействуют между собой и практически независимо входят в систему, то есть обладают свойством аддитивности (целая система сводима к сумме ее составляющих), *поведение каждой подсистемы в нелинейной системе определяется в зависимости от координации с другими.*

Система нелинейна, если в разное время, при разных внешних воздействиях ее поведение определяется различными законами. Это создает

феномен сложного и разнообразного поведения, не укладывающегося в единственную теоретическую схему.

. Из этой поведенческой особенности нелинейных систем следует важнейший вывод по поводу возможности из прогнозирования и управления ими. **Эволюция поведения (и развития) данного типа систем сложна и неоднозначна, поэтому внешние или внутренние воздействия могут вызвать отклонения такой системы от ее стационарного состояния в любом направлении.** Одно и то же стационарное состояние такой системы при одних условиях устойчиво, а при других – не устойчиво, то есть возможен переход в другое стационарное состояние.

Нелинейность также рассматривается как необычная реакция на внешние воздействия, когда "правильное" воздействие оказывает большее влияние на эволюцию системы, чем воздействие более сильное, но организованное неадекватно ее собственным тенденциям. Уточняя этот момент, необходимо сказать, что важным достижением синергетики является **открытие механизма резонансного возбуждения.** Оказывается, что система, находящаяся в неравновесном состоянии, чутка к воздействиям, согласованным с ее собственными свойствами.

Поэтому флуктуации во внешней среде оказываются не «шумом», а **фактором генерации новых структур.** Малые, но согласованные с внутренним состоянием системы внешние воздействия на нее могут оказаться более эффективными, чем большие. Нелинейные системы демонстрируют неожиданно сильные ответные реакции на релевантные их внутренней организации, резонансные возмущения.

В понятии нелинейности неявно заложено существование потенциальности как свойства (характеристики) данного типа систем. Качественно разные состояния одной и той же нелинейной системы альтернативны, то есть не могут актуально существовать в одной и той же системе одновременно. В тот момент, когда соответствующие определенному качеству системы стационарное состояние существует актуально (проявлено), то соответствующее другим качествам стационарные состояния существуют лишь потенциально, вне ее пространственно-временной определенности, так как могут быть актуализированы только при иных условиях.

Понятие нелинейность начинает использоваться все шире, приобретая мировоззренческий смысл. **Идея нелинейности включает в себя многовариантность, альтернативность выбора путей эволюции и ее необратимость.** Нелинейные системы испытывают влияние случайных, малых воздействий, порождаемых неравновесностью.

Синергетика изучает диссипативные и консервативные системы (структуры).

Диссипативные структуры возникают в процессе самоорганизации, для осуществления которых необходим рассеивающий (диссипативный) фактор. Диссипативные структуры появляются в открытых колебательных системах с сильной внешней подпиткой. Запасенная в них энергия способна высвободиться в частности при поступлении в систему слабых возбуждений (флуктуаций), а отклик системы на это возбуждение может быть непредсказуемо сильным.

Открытая нелинейная система в ситуации критической неравновесности способна породить порядок из хаоса, менять сам тип своего поведения. В ней могут формироваться новые динамические состояния, названные И. Пригожиным диссипативными структурами. Если процесс диссипации (диффузия, молекулярный хаос) ведет равновесную систему к хаосу, то в неравновесных системах он приводит, напротив, к возникновению новых структур, так как устраняет все нежизненные, неустойчивые состояния.

В диссипативной системе между частицами устанавливаются дальнедействующие корреляции, меняется тип поведения - частицы начинают вести себя согласованно, когерентно, «как по команде» происходит синхронизация пространственно разделенных процессов. Порядок в синергетике понимается как макроскопическая упорядоченность при сохранении микроскопической молекулярной разупорядоченности, то есть порядок на макроуровне вполне мирно уживается с хаосом на микроуровне.

Возникновение диссипативных систем носит **пороговый характер**. Неравновесная термодинамика связала пороговый характер с неустойчивостью, показав, что новая структура всегда является результатом раскрытия неустойчивости в результате флуктуаций.

Флуктуации – движения элементов микроуровня, обычно расцениваемые как случайные и не составляющие интереса для исследователя. Флуктуации бывают внутренние (внутрисистемные) и внешние (микровозмущения среды).

В зависимости от своей силы флуктуации, воздействующие на систему, могут иметь совершенно разные для нее последствия. Если флуктуации открытой системы недостаточно сильны, система ответит на них возникновением сильных тенденций возврата к старому состоянию, структуре или поведению. Если флуктуации очень сильны, система может разрушиться. И, наконец, третья возможность заключается в формировании новой диссипативной структуры и изменении состояния, поведения и/или состава системы.

Любая из описанных возможностей может реализоваться в так называемой **точке бифуркации**, вызываемой флуктуациями, в которой система испытывает неустойчивость. **Точка бифуркации представляет собой**

переломный, критический момент в развитии системы, в котором она осуществляет выбор пути; иначе говоря, это точка ветвления вариантов развития, точка, в которой происходит катастрофа.

Термином "катастрофа" в концепциях самоорганизации называются качественные, скачкообразные изменения, возникающие при плавном изменении внешних условий. Просканировав флуктуационный фон, система решает, какой тип развития избрать (какую флуктуацию закрепить).

Потенциальных траекторий развития системы много и точно предсказать, в какое состояние перейдет система после прохождения точки бифуркации, невозможно, что связано с тем, что влияние среды носит случайный характер.

С математической точки зрения, неустойчивость и пороговый характер самоорганизации связаны с нелинейностью уравнений. Для линейных уравнений существует одно стационарное состояние, для нелинейных - несколько. Таким образом, пороговый характер самоорганизации связан с переходом из одного стационарного состояния в другое.

Консервативные системы - системы, работа неконсервативных сил которых равна нулю и для которой имеет место закон сохранения механической энергии, то есть сумма кинетической энергии и потенциальной энергии системы постоянна. Их отличительной чертой является обратимость во времени - система дифференциальных уравнений, описывающая динамический процесс, инвариантна относительно обращения времени.

Синергетика дополняет системный подход изучением сложных структур, находящихся вдали от равновесия. Из кибернетики и системного анализа известно о существовании в системе некоторых механизмов коллективного взаимодействия – обратных связей. Когда коллективное, системное взаимодействие элементов приводит к тому, что те или иные движения составляющих подавляются, следует говорить о наличии отрицательных обратных связей. Собственно говоря, именно отрицательные обратные связи и создают системы, как устойчивые, консервативные, стабильные объединения элементов. Однако когда система уходит от равновесия, доминирующую роль начинают играть положительные обратные связи, которые не подавляют, а наоборот – усиливают индивидуальные движения составляющих. Флуктуации, малые движения, незначительные прежде процессы выходят на макроуровень. Так, всякий рост социальной напряженности, революции – это проявления положительных обратных связей.

Положительные обратные связи приводят к потере системой устойчивости своей организации, поскольку весьма малое возмущение может иметь большие последствия. Петля положительной обратной связи делает возможным в далеких от равновесия состояниях усиление очень слабых

возмущений до гигантских, разрушающих сложившуюся структуру системы, волн, приводящих систему к революционному изменению – резкому качественному скачку. Петля положительной обратной связи обусловлена наличием в системе «катализаторов», то есть компонентов, само присутствие которых стимулирует определенные процессы в системе, она связывает выбор пути с предыдущим состоянием. Катализаторы и предыдущие состояния системы также притягивают ее к определенной ветви или ветвям развития, как магнит – железо. Отрицательные обратные связи, наоборот, отталкивают соответствующие ветви.

Помимо петель обратной связи, влияние на систему как внешних, так и внутренних флуктуаций различных видов основано на действии кумулятивного эффекта. Кумулятивный эффект заключается в том, что незначительная причина вызывает цепь следствий, каждое из которых все более существенно.

Кумулятивный эффект способствует накоплению определенных свойств системы и/или под воздействием внешних флуктуаций «запускает» в системе усиливающийся процесс. Нередко он непосредственно связан с петлей положительной обратной связи.

Детерминированный хаос

Введение.

Хаос происходит от греческого слова $\chi\alpha\omicron\iota$.

Первоначально оно означало бесконечное пространство, существующее до появления всего остального. Позднее римляне интерпретировали хаос как изначальную сырую бесформенную массу, в которую Создатель привнес порядок и гармонию. В современном понимании хаос означает состояние беспорядка и нерегулярности.

Рассмотрим физические системы, поведение которых во времени детерминировано, т.е. существует правило в виде дифференциальных или разностных уравнений, определяющее их будущее исходя из заданных начальных условий.

Всегда казалось, что детерминированное движение достаточно регулярно и далеко от хаотичности, поскольку последовательные состояния непрерывно развиваются одно из другого. Но ещё на грани нашего и предыдущего веков А. Пуанкаре открыл, что в некоторых механических системах, эволюция которых определяется уравнениями Гамильтона, может проявляться хаотичное движение. Всё это воспринималось как курьёз пока в 1963г. метеоролог Е.Н. Лоренц не обнаружил, что простая система из трёх связанных нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка может привести к совершенно хаотическим траекториям.

Под детерминированным хаосом подразумевается нерегулярное или хаотическое движение, порожденное нелинейными системами, для которых динамические законы однозначно определяют эволюцию состояния системы во времени при известной предистории.

Нелинейность – необходимое, но недостаточное условие для возникновения хаотического движения.

Хаос возникает не из-за внешних источников шума, не из-за бесконечного числа степеней свободы. **Настоящая первопричина – свойство нелинейных систем экспоненциально быстро разводить первоначально близкие траектории в ограниченной области фазового пространства. Практически невозможно предсказать длительное поведение таких систем, поскольку реально начальные условия можно задать лишь с конечной точностью, а ошибки экспоненциально нарастают.**

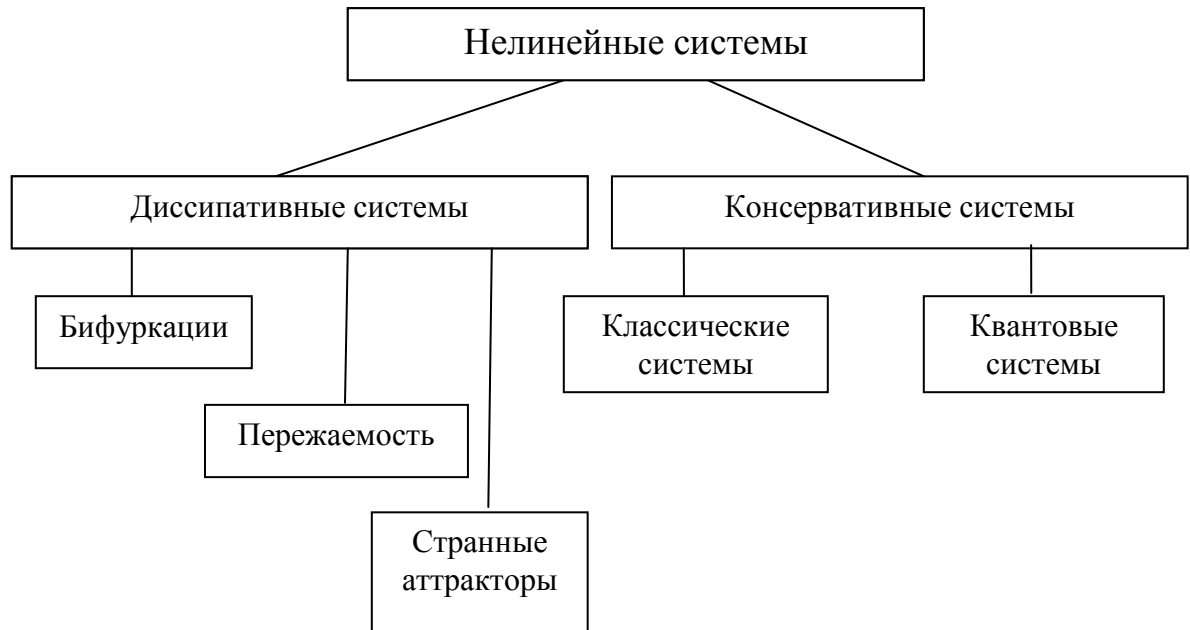
Если попытаться решить такую нелинейную систему на ЭВМ, результат на все более дальних временах зависит от все большего количества цифр в числах, представляющих начальные условия. Так как цифры в иррациональных числах распределены нерегулярно, траектория становится хаотической.

Рациональные числа это положительные отрицательные, 0, целые, дробные. Всякое рациональное число можно представить в виде m/n , где m и n – целые числа.

Иррациональные цифры так представить нельзя. Т. е. – иррациональные (трансцендентные числа).

Естественно возникают фундаментальные вопросы:

1. Можно ли по виду соответствующих дифференциальных уравнений предсказать наличие в системе детерминированного хаоса?
2. Можно ли более строго с точки зрения математики определить понятие хаотического движения?
3. Означает ли существование детерминированного хаоса конец долговременной предсказуемости?



Сдвиг Бернулли

Рассмотрим одномерное отображение

$$x_{n+1} = \sigma(x_n) = 2x_n \bmod 1 \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Это кусочно-линейное отображение, в котором наблюдается детерминированный хаос. При начальном значении x_0 это отображение порождает последовательность итераций $x_0, x_1 = \sigma(x_0), x_2 = \sigma(x_1) \dots$

Рассмотрим пример

$$1) x_0 = 0,1101001$$

$$x_1 = 2x_0 \bmod 1 \quad 2_{(10)} = 10$$

т.е.

$$0,1101001 * 10 = 1,1010010 \rightarrow x_1 = 0,101001$$

$$2) x_2 = 2x_1 \bmod [1] = 0,01001$$

$$3) x_3 = 0,1001$$

Умножение на 2 означает в двоичной системе сдвиг влево

Запишем двоичное представление x_0

$$x_0 = \sum_{v=1}^{\infty} a_v 2^{-v} = (0, a_1 a_2 a_3 \dots),$$

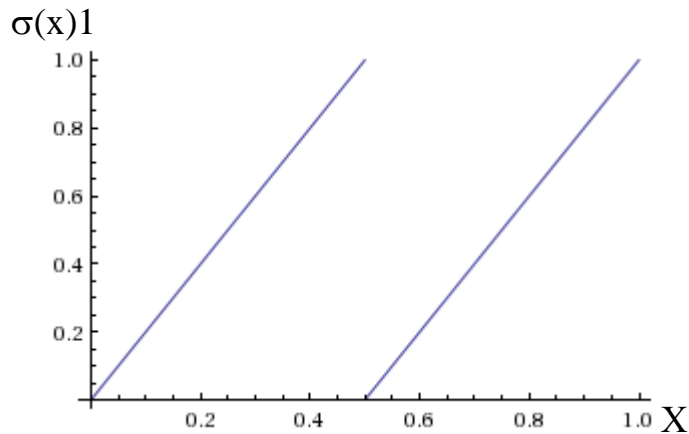
Где a_v принимает значения 0 или 1

При $x_0 < 1/2$ $a_1 = 0$ $x_0 < 2^{-1}$, т.е. 0,01...

$x_0 > 1/2$ $a_1 = 1$ $x_0 > 2^{-1}$, т.е. 0,1...

Тогда графическое представление преобразования

$$\sigma(x) = 2x \text{ mod } 1$$



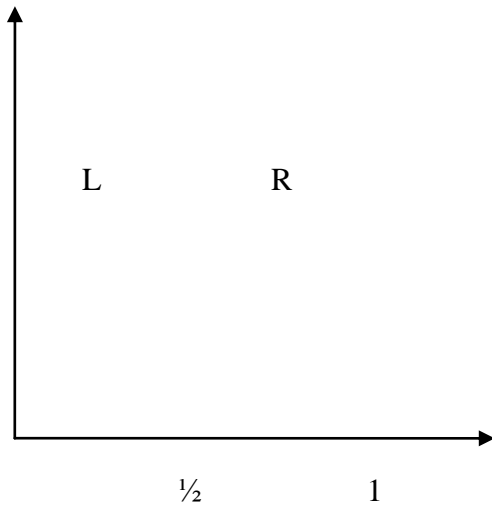
Первая итерация

$$\sigma(x_0) = \begin{cases} 2x_0 & \text{при } a_1 = 0 \\ 2x_0 - 1 & \text{при } a_1 = 1 \end{cases} = a_1 a_2 a_3 a_4$$

Действие σ на двоичное представление x сводится к удалению знака после запятой и сдвигу оставшейся последовательности влево. Это – сдвиг Бернулли.

Свойства сдвига Бернулли

1. Чувствительная зависимость итераций σ от начальных условий.
Даже, если две точки x и x' отличаются лишь в $(n+1)$ -ом знаке a_{n+1} , под действием σ это различие увеличивается и их “ n ”-е итерации $\sigma^n(x)$ и $\sigma^n(x')$ будут отличаться уже в первом шаге.
2. У последовательности итераций $\sigma^n(x_0)$ те же статистические свойства, что и у последовательных подбрасываний монеты.



Эта зависимость порождается значением первой цифры после запятой, т.е. для $\sigma^n(x_0)$ это a_{n+1} .

Последовательность RLLRL изоморф по двоичному разложению x_0

$$x_0 = (0,1\ 0\ 0\ 1\ 0\ \dots)$$

R L L R L

Поэтому реализация некоторой последовательности при подбрасывании монеты эквивалентна выбору спец. значения x_0 .

3. Понятие эргодичности.

Любую точку x можно с произвольной степенью точности $\sigma = 2^{-n}$ аппроксимировать конечной последовательностью знаков $0, a_1, a_2, \dots, a_n$.

А образы $\sigma^n(x_0)$ ($r=1,2,\dots$) произвольного иррационального числа $x_0 \in [0,1]$ подходят к x на расстояния не более ε бесконечное число раз, т.е. образы σ^r – среднее по ансамблю, а x – среднее по времени.